

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике. 2019-20 учебный год.

6 класс

Время выполнения заданий — 180 минут

Максимальный балл – 100

В каждой из предложенных вам задач нужно **написать правильный ответ** в бланке для ответов. Если вы хотите исправить свой ответ, следует **перечеркнуть** ранее написанный и рядом написать новый. Если в задаче требуется привести пример, достаточно указать один пример. **Никаких решений задач писать не нужно! Вы сдаете ТОЛЬКО бланк ответов, условия задач можно оставить себе. Пользоваться калькулятором НЕ разрешается.** Правильные ответы будут выложены на сайте www.kazan-math.info после олимпиады.

Задача 1. Расставьте в квадрате 3×3 числа (необязательно различные) так, чтобы суммы чисел по строкам равнялись 5, 7 и 9, а по столбцам — 6, 7 и 8, как показано на рисунке.

			5
			7
			9
6	7	8	



Задача 2. Вася пришел в магазин и купил себе наушники. Через неделю он зашел в магазин еще раз и увидел, что такие же наушники продаются со скидкой 50%. Поэтому он купил еще одни — про запас. Еще через неделю он снова зашел в этот магазин и увидел, что по сравнению с прошлым разом наушники подешевели еще на 18 рублей, поэтому он решил купить еще одни в подарок сестре. Всего за три прихода в магазин он потратил 1778 рублей. Сколько стоили наушники в первый раз?

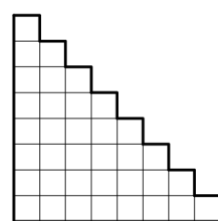
Задача 3. Пол в квадратной комнате полностью покрыт одинаковыми квадратными плитками. На двух диагоналях в сумме 37 плиток. Сколько всего плиток на этом полу?

Задача 4. Когда Джек был мальчиком, он мог пробежать 15 миль за три с половиной часа. Теперь он — дедушка, и у него получается пройти только 10 миль за четыре часа. На сколько минут больше уходит у него на то, чтобы преодолеть одну милю теперь, по сравнению с тем, когда он был мальчиком? (Мы считаем, что он движется с постоянной скоростью).

Задача 5. Три гнома: Балин, Двалин и Фарин, разделили между собой добычу в 100 золотых монет. Фарин заметил, что если он отдаст половину своих монет Двалину, то у Двалина и Балина станет поровну монет, а если он отдаст половину своих монет Балину, то у Балина станет в три раза больше монет, чем у Двалина. Сколько монет было у каждого из гномов?

Задача 6. Школьники Аня, Боря, Ваня, Галя, Даша и Женя встали в таком порядке по кругу и начали считаться. Сначала Аня говорит: «Один», потом Боря говорит: «Два» и так далее. Тот, кто называет число, содержащее девятку в записи (такое, как 49 или 94) или делящееся на девять, выбывает из круга и дальше счет продолжается без него. Кто останется последним?

Задача 7. Разрежьте фигуру на картинке по клеточкам на фигурки вида  и  так, чтобы присутствовали оба вида фигурок. Фигурки можно поворачивать и переворачивать.



Задача 8. Вычислить
$$\frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{7} - \frac{1}{18}}{\frac{1}{9} - \frac{1}{12} + \frac{1}{14}}.$$

Задача 9. Найдите наибольшее шестизначное число, в котором сумма любых трех подряд идущих цифр делится на 4.

Задача 10. В магазине продаются конфеты разных цветов. Конфеты каждого цвета стоят одинаково, и целое число рублей. У Дамира есть некоторая сумма денег, которой хватает ровно на то, чтобы купить 12 красных конфет, или ровно на то, чтобы купить 14 зеленых конфет, или ровно на то, чтобы купить 15 синих конфет. Какая наименьшая сумма денег может быть у Дамира?

Задача 11. Двухзначное число N при делении на 9 дает остаток 1, а при делении на 10 — остаток 2. Какой остаток оно дает при делении на 11?

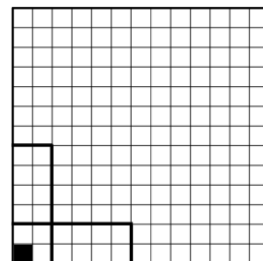
Задача 12. Расставьте в некоторых (можно во всех) промежутках между цифрами: 2 1 1 1 2 0 1 9 знаки арифметических действий («+», «−», «×», «÷») так, чтобы значение получившегося выражения равнялось 100. Можно использовать скобки.

Задача 13. Миша хочет прийти в гости к Маше. Он знает, в каком доме она живет, но не знает номера ее квартиры. Маша говорит: «Номер моей квартиры — двухзначное число, и ровно одно из следующих четырех утверждений ложно». 1) Это число — простое. 2) Одна из цифр равна 9. 3) Это число — четное. 4) Это число делится на 7. В какой квартире живет Маша?

Задача 14. У Миши есть много машинок, каждая из них — красная, желтая, зеленая или синяя. Треть машинок — синие, четверть — красные. Семь машинок — зеленые. Какое наименьшее количество машинок могут быть желтыми?

Задача 15. У Васи есть калькулятор с четырьмя кнопками операций: $[+3]$, $[-5]$, $[\times 7]$ и $[:2]$. Вася ввел в него число 12. Какое наибольшее число он сможет получить, нажав на каждую кнопку по одному разу (в каком-то порядке)?

Задача 16. У Пети есть квадрат 13×13 . Он хочет вырезать из него прямоугольник, содержащий нижнюю левую клетку так, чтобы выполнялось **хотя бы одно** из двух условий: 1) длины обеих сторон прямоугольника были четными, 2) длины обеих сторон прямоугольника делились на 3. Сколькими способами он может это сделать? Прямоугольники, отличающиеся поворотом, такие как 2×6 и 6×2 считаются разными!



Задача 17. Придумайте и нарисуйте какую-нибудь клетчатую фигурку, у которой периметр в 1,25 раза больше, чем площадь. Площадь одной клетки равна 1. Длина стороны клетки равна 1.

Задача 18. Во дворе замка находится старый фонтан. Он связан механизмом со стрелочными часами на башне замка (часы показывают время в 12-часовом формате). Он работает, когда хотя бы одна из стрелок часов (минутная и/или часовая) находится между цифрами 1 и 2, или между цифрами 6 и 7 (если какая-то стрелка показывает ровно на одну из этих цифр, в этот момент фонтан работает). Сколько всего времени в течение суток работает этот фонтан?

Задача 19. На острове рыцарей (всегда говорят только правду) и лжецов (всегда лгут) встретились 6 местных жителей (но совершенно неизвестно, кто) и сделали каждый по заявлению: 1) «Лжецов среди нас больше половины». 2) «Рыцарей среди нас больше половины». 3) «Лжецов среди нас больше третьей части». 4) «Рыцарей среди нас больше третьей части». 5) «Лжецов среди нас не меньше, чем рыцарей». 5) «Рыцарей среди нас не меньше, чем лжецов». Сколько среди них могло оказаться рыцарей? Укажите все ответы.

Задача 20. В полдень из города в деревню вышел пешеход. Одновременно с ним из деревни в город выехал велосипедист. Через час пешеход оказался ровно посередине между городом и велосипедистом. Еще через 12 минут они встретились. Каждый, не останавливаясь, продолжил движение. Во сколько пешеход прибыл в деревню? Скорости пешехода и велосипедиста постоянны.